Stoa
Vol. 14, no. 28, pp. 61-76
ISSN 2007-1868
DOI: https://doi.org/10.25009/st.2023.28.2759

UNA JERARQUÍA DE LÓGICAS TERMINISTAS

A Hierarchy of Term Logics

J. MARTÍN CASTRO-MANZANO
UPAEP, México
jmcmanzano@hotmail.com
ORCID: 0000-0003-2227-921X

RESUMEN: La combinación de lógicas se realiza típicamente entre sistemas fregeanos-tarskianos-kripkeanos, pero dado que la lógica no necesita estar restringida a esta visión heredada, en este trabajo presentamos una jerarquía de lógicas sommersianas con especial énfasis en lógicas no-normales. Como resultado, obtenemos una matriz de sistemas lógicos que se pueden clasificar no sólo por su nivel de expresividad, sino también por su nivel de normalidad.
PALABRAS CLAVE: Lógica de términos · combinación de lógicas · lógica no-clásica.

ABSTRACT: The combination of logics is typically performed between Fregean-Tarskian-Kripkean systems, but since logic needs not be restricted to this received view, in this contribution we show a hierarchy of non-normal Sommersian logics. As a result, we obtain a matrix of logical systems that can be arranged not just in terms of their expressive power, but also in terms of their normality.
KEYWORDS: Term logic · combination of logics · non-classical logic.

Recibido el 23 de marzo de 2023
Aceptado 3 de agosto de 2023

1. Introducción

Como hemos dicho en otro lugar, combinar lógicas es una práctica habitual y, sin embargo, es un ejercicio que sigue siendo necesario. Es un hábito en el sentido de que usamos lógicas combinadas prácticamente todo el tiempo, pero también es un imperativo porque es un requisito para resolver problemas (Blackburn y de Rijke, 1997). La combinación de lógicas, no obstante, se realiza típicamente entre sistemas fregeanos-tarskianos-kripkeanos (Goguen y Burstall, 1984; Gabbay, 1998; Sernadas, Sernadas, Rasga y Coniglio, 2009; Sernadas, Sernadas y Rasga, 2011), pero como la lógica no necesita estar restringida a esta visión heredada (Sommers, 1982; Englebretsen, 1996; Kreeft y Dougherty, 2004; Moss, 2015; Woods, 2016; Englebretsen, 2017), en otro lugar hemos ofrecido una combinación de lógicas de términos sommersianas para modelar varios aspectos del razonamiento en lenguaje natural (Castro-Manzano, 2022a; 2022b).

Con todo, las lógicas que hemos combinado previamente son lógicas que podríamos clasificar como “normales” en la medida en que están diseñadas para modelar ciertos aspectos típicos del lenguaje natural; no obstante, haciendo un ejercicio de combinatoria, podemos encontrar más lógicas sommersianas: en este trabajo presentamos una jerarquía de estas lógicas y prestamos atención a algunas lógicas sommersianas no-normales. Como resultado, obtenemos una matriz de sistemas lógicos que se pueden clasificar no sólo por su nivel de expresividad, sino también por su nivel de normalidad.

Para alcanzar estas metas hemos dividido el trabajo en tres partes. Primero ofrecemos unos preliminares históricos y formales para motivar el estudio; después presentamos la jerarquía de nuestro interés; y por último, cerramos con un resumen para mostrar en qué sentido una contribución como esta promueve la investigación del razonamiento en lenguaje natural utilizando herramientas formales allende las lógicas habituales de primer orden, lo cual muestra que no sólo no necesitamos restringirnos a sistemas de impronta fregeana-tarskiana-kripkeana para hacer lógica, sino que las lógicas de términos, lejos de estar superadas, están en proceso de franco renacimiento y que su acta de defunción es *fake*.

2. Preliminares

Pero antes de exponer la jerarquía de nuestro interés y definir en qué consisten las lógicas sommersianas normales (mediante la exposición de sus lenguajes y sus bases deductivas), parece pertinente ofrecer un contexto más general sobre el origen y la cualidad de las lógicas sommersianas.

2.1. Lógicas sommersianas

En términos generales, la *raison d'être* de la lógica, como disciplina, es el estudio de la inferencia dentro de algún lenguaje, y para estudiar la inferencia en este sentido es costumbre utilizar, como sistema, lógica clásica, una lógica definida mediante un lenguaje de primer orden. El origen de este hábito tiene una interesante historia (Eklund, 1996) relacionada con las ventajas representacionales que ofrecen los lenguajes de primer orden sobre los sistemas tradicionales;[1] sin embargo, incluso si este estándar sintáctico —el de usar sistemas de primer orden— es común cuando enseñamos, investigamos o aplicamos lógica —después de todo, esta es la visión heredada de la lógica—, esta aproximación a la lógica nos puede resultar familiar, pero eso no la hace natural. Woods (2016, p. 404) comenta (la traducción es nuestra):

> No es ningún secreto que la lógica clásica y sus variantes principales no son muy buenas para la inferencia humana como de hecho se desarrolla en las condiciones de la vida real —en la vida aterrizada, por así decirlo. No es sorprendente. El razonamiento humano no es para lo que estaban destinadas las lógicas ortodoxas modernas. Las lógicas de Frege, y Whitehead y Russell fueron diseñadas específicamente para pacificar la perturbación filosófica en los fundamentos de las matemáticas, en particular, pero no limitado a, los problemas ocasionados por la paradoja de los conjuntos en su aplicación a la aritmética transfinita.

Es casi una perogrullada afirmar que la lógica clásica es fundamental para el estudio de la inferencia en general, pero no deja de sorprendernos que, a pesar de su propósito original en los fundamentos de las matemáticas, se utilice constantemente como herramienta *bona fide* para representar inferencia

[1] Hacia 1860, Augustus De Morgan ya había señalado la incapacidad de la lógica aristotélica de términos para modelar relaciones (De Morgan, 1864). En 1900 Russell popularizó la idea de que los límites del programa lógico tradicional se debían a un compromiso con una sintaxis ternaria de sujeto, cópula y predicado (Russell, 1900). En 1930, Carnap generalizaría este juicio a toda la lógica tradicional afirmando que su sintaxis disponible era únicamente predicativa (Carnap, 1930); y más tarde Geach argumentaría que, entre otras cosas, debido al problema de homogeneidad de términos, entre la lógica de términos aristotélica y la lógica genuina (i.e. la lógica fregeana de primer orden) sólo puede haber guerra (Geach, 1962).

en lenguaje natural, como discutiría Englebretsen (1996). Ciertamente, esto no debería ser una revelación porque sabemos que la lógica clásica ha sido desarrollada principalmente "con aplicaciones matemáticas en mente" (Smith, 1917, p. 4) pero el problema es que, como diría Kreeft, la lógica se hizo para las personas y no a la inversa (Kreeft y Dougherty, 2004, p. 23). Por supuesto, no estamos afirmando que la lógica clásica y sus hazañas estén en el camino de la perdición. Todo lo contrario. Pero desde nuestro punto de vista, si la lógica trata de la inferencia en algún lenguaje, la lógica no necesita abandonar los sistemas tradicionales.

Y no lo ha hecho. Más cerca de Aristóteles que de Frege, Fred Sommers abogó por una revisión de la lógica tradicional bajo el supuesto de que la lógica tiene que tratar principalmente con el lenguaje natural. Así, desde finales de la década de 1960, Sommers desarrolló tres proyectos en ontología, semántica y lógica que se convirtieron, respectivamente, en una teoría de categorías, una teoría de la verdad y una teoría lógica conocida como Lógica de Términos y Funtores (Sommers, 1982; Englebretsen, 1996). Esta lógica es un álgebra más-menos —una "lógibra"— que utiliza términos, al estilo aristotélico, en lugar de elementos del lenguaje de primer orden, como variables o cuantificadores. Una lógica sommersiana es una lógica de este tipo, una lógica de términos diseñada con este espíritu.

Desde entonces, se han desarrollado varias lógicas sommersianas. A continuación exponemos cinco de ellas.

2.2. La lógica de términos asertórica

La primera lógica sommersiana normal que consideraremos es la lógica de términos asertórica, (TFL$^\alpha$ de ahora en adelante) una lógica que captura una noción básica de aserción usando enunciados categóricos (Sommers, 1982; Englebretsen, 1996). Un enunciado categórico es un enunciado de la forma

$$\langle \textit{Cantidad S Cualidad P} \rangle$$

donde

$$\begin{aligned}&\textit{Cantidad} = \{\text{Todo, Algún}\},\\&\textit{Cualidad} = \{\text{es, no es}\},\end{aligned}$$

y S y P son términos-esquema. Formalmente, decimos que un enunciado categórico (en TFL^{α}) es un enunciado de la forma $\pm S \pm P$, donde $\pm$ es una abreviatura de los funtores $+$ y $-$, y S y P son términos-esquema.[2] Dado este lenguaje (digamos, $L_{\text{TFL}^{\alpha}} = \langle T, \pm \rangle$, donde $T = \{A, B, C, \dots\}$ es un conjunto de términos, y $\pm$ es una abreviatura de los funtores $+$ y $-$), TFL^{α} ofrece una noción de validez básica usando las reglas (1) y (2) como sigue: un silogismo es válido (en TFL^{α}) si y sólo si (1) la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión, y el número de conclusiones particulares (esto es cero o uno) es igual al número de premisas particulares (Englebretsen, 1996, p. 167). Estos componentes —el lenguaje y la definición de validez— definen la lógica de términos asertórica $\text{TFL}^{\alpha} = \langle L_{\text{TFL}^{\alpha}}, (1,2) \rangle$, donde "(1, 2)" representa las reglas (1) y (2).[3]

2.3. La lógica de términos numérica

La lógica de términos numérica de Murphree (TFL^{ν}) es una lógica de términos que captura numeracidad mediante el uso de cuantificadores numéricos (Murphree, 1998). En esta lógica, un enunciado numérico es un enunciado de la forma

$$\langle \textit{Cantidad } n \text{ S } \textit{Cualidad} \text{ P} \rangle$$

donde

$$\begin{aligned}
&\textit{Cantidad} = \{\text{Todo, Todo excepto, A lo sumo, Al menos, } \dots, \text{ Algún}\},\\
&\textit{Cualidad} = \{\text{es, no es}\},\\
&n \in \mathbb{R},
\end{aligned}$$

[2] A diferencia de una lógica de impronta fregeana como la lógica clásica, una lógica sommersiana es una lógica que utiliza términos, al modo aristotélico, en lugar de elementos lingüísticos de primer orden como variables o cuantificadores. Los términos son los elementos en los que se puede dividir un enunciado declarativo, a saber, aquello que se predica de algo (*i.e.* el predicado) y aquello de lo que se predica algo (*i.e.* el sujeto), como sugirió Aristóteles (*Pr. An.* A1, 24b16-17); mientras que los funtores son expresiones lógicas. Como explica Englebretsen (1996), un término puede estar formado por el uso de una sola palabra o un complejo de palabras. En español, por ejemplo, *inteligente* y *persona* son términos, así como *enseñó a Platón* o *en el ágora* son términos. Los términos, pues, son lo que en la escolástica se conocía como *categoremata*; mientras que los funtores son *sincategoremata*, es decir, expresiones que no son términos pero que se usan para convertir términos en términos complejos. En español, por ejemplo, *y, o, sólo si, si … entonces, todo, algún, no* y *es* son funtores.

[3] Dada esta breve exposición, alguien podría pensar que la noción de validez para estas lógicas está restringida o limitada a inferencias monádicas o silogísticas, pero esa sería una conclusión apresurada, ya que podemos extender dicha noción de validez para cubrir inferencias singulares, relacionales y compuestas mediante la ampliación de sus reglas de inferencia (Englebretsen, 1996) o implementando métodos de prueba arborescentes (Castro-Manzano, 2018).

y S y P son términos-esquema. Formalmente, dado que TFL$^{\nu}$ es una extensión conservativa de TFL$^{\alpha}$, decimos que un enunciado numérico en TFL$^{\nu}$ es un enunciado de la forma $\pm_n S \pm P$ donde $\pm$ son funtores, $n \in \mathbb{R}$, y S y P son términos-esquema. En consecuencia, dado este lenguaje (i.e. $L_{\text{TFL}^{\nu}} = \langle T, \pm, \mathbb{R} \rangle$), TFL$^{\nu}$ ofrece la siguiente noción de validez: un silogismo es válido (en TFL$^{\nu}$) si y sólo si (1) la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión, (2) el número de conclusiones particulares (esto es, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, y (3) o bien (a) el valor de la conclusión universal es igual a la suma de los valores de las premisas universales, o (b) el valor de la conclusión particular es igual a la diferencia de la premisa universal menos la particular. Como con la lógica anterior, estos componentes definen la lógica de términos numérica TFL$^{\nu} = \langle L_{\text{TFL}^{\nu}}, (1,2,3) \rangle$.

2.4. La lógica de términos modal

La lógica de términos modal de Englebretsen (TFL$^{\mu}$) captura modalidad extendiendo TFL$^{\alpha}$ con los operadores modales $\square$ y $\diamond$ (Englebretsen, 1988). Entonces, dado un término arbitrario T, TFL$^{\mu}$ permite las siguientes combinaciones: $+\square{+}T$ (*i.e.* $\square + T$), $+\square{-}T$ (*i.e.* $\square - T$), $-\square{+}T$ (i.e. $-\square T$), $-\square{-}T$ y, como es usual, el operador $\diamond$ se define como $-\square-$. Así, podemos decir que un enunciado modal *de dicto* es un enunciado de la forma

$$\langle \textit{Modalidad}\ (\textit{Cantidad S Cualidad P}) \rangle;$$

y un enunciado modal *de re* es un enunciado de la forma

$$\langle \textit{Cantidad S Calidad Modalidad P} \rangle$$

donde:

$$\textit{Modalidad} = \{\square,\ \diamond\},$$
$$\textit{Cantidad} = \{\text{Todo},\ \text{Algún}\},$$
$$\textit{Cualidad} = \{\text{es},\ \text{no es}\},$$

y S y P son términos-esquema. Así, formalmente, un enunciado modal en TFL$^{\mu}$ es un enunciado de la forma $\mu(\pm S \pm P) | \pm S \pm P | \pm S \pm \mu P$ donde $\pm$ son funtores, μ es un operador modal, y S y P son términos-esquema. Y así, dado este lenguaje (*i.e.* $L_{\text{TFL}^{\mu}} = \langle T, \pm, M \rangle$, donde $M = \{\square,\ \diamond\}$), tenemos la siguiente noción de validez: un silogismo es válido (en TFL$^{\mu}$) si y sólo si (1) la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión, (2) el número de conclusiones particulares (esto es, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, (4) la conclusión no es más fuerte que cualquier premisa (*peiorem*),[4] y (5) el número de premisas *de dicto*-$\Diamond$ no es mayor que el de conclusiones *de dicto*-$\Diamond$. La lógica resultante es la lógica de términos modal TFL$^{\mu} = \langle L_{\text{TFL}^{\mu}}, (1,2,4,5)\rangle$.

2.5. La lógica de términos relevante

La lógica de términos relevante (TFL$^{\rho}$) es una extensión de TFL$^{\alpha}$ que captura una noción de relevancia siguiendo algunas ideas del sentido aristotélico de relevancia causal (Castro-Manzano, 2022c). En esta lógica decimos que un enunciado relevante es un enunciado de la forma

$$\langle \textit{Cantidad S Cualidad P Bandera} \rangle$$

donde:

Cantidad = {Todo, Algún},
Cualidad = {es, no es},
Bandera = $\{p_i, c\}$ para $i \in \{1,2,3,\dots\}$ es un conjunto de banderas (de premisa o conclusión),

y S y P son términos-esquema. Formalmente, decimos que un enunciado relevante en TFL$^{\rho}$ es un enunciado de la forma $\pm S \pm P_f$ donde $\pm$ son funtores, S y P son términos-esquema y f es una bandera. Con este lenguaje (*i.e.* $L_{\text{TFL}^{\rho}} = \langle T, \pm, B\rangle$, donde B es un conjunto de banderas), TFL$^{\rho}$ ofrece una noción de validez de la siguiente manera: un silogismo es válido (en TFL$^{\rho}$) si y sólo si (1) la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión, (2) el número de conclusiones particulares (esto es, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, y (6) todas las banderas de las premisas se reclaman para llegar a la conclusión mientras que las banderas de la conclusión son diferentes a las banderas de las premisas. La lógica resultante es la lógica de términos relevante TFL$^{\rho} = \langle L_{\text{TFL}^{\rho}}, (1,2,6)\rangle$.

[4] Según Englebretsen (1988), existe una transitividad o "fuerza" de los operadores modales de tal manera que $\Box$T implica T$\Box$, T$\Box$ implica T, T implica $\Diamond$T, y $\Diamond$T implica T$\Diamond$. Así pues, un primer término (o enunciado) es más fuerte que un segundo término (o enunciado) si y sólo si el primero implica al segundo pero no al revés. La intuición es que una condición necesaria para la validez de cualquier silogismo es que la conclusión no puede exceder en información a ninguna premisa. La escolástica llamaba a esta regla *peiorem* por *peiorem semper sequiter conclusio partem*.

2.6. Una lógica de términos sintética

Pues bien, dada la estructura de cada una de estas lógicas normales, podemos combinarlas por adición (*joint-combination*) y sustracción (*meet-combination*) de elementos lingüísticos y reglas de tal forma que $\langle \text{TFL}_s, \subseteq \rangle$ es una jerarquía de lógicas sommersianas normales donde $\text{TFL}_s = \{\text{TFL}^{\alpha}, \text{TFL}^{\alpha\nu=\nu}, \text{TFL}^{\alpha\mu=\mu}, \text{TFL}^{\alpha\rho=\rho}, \text{TFL}^{\alpha\nu\mu=\nu\mu}, \text{TFL}^{\alpha\nu\rho=\nu\rho}, \text{TFL}^{\alpha\mu\rho=\mu\rho}, \text{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho=\nu\mu\rho}\}$ (Figura 1) (Castro-Manzano, 2022a; 2022b).

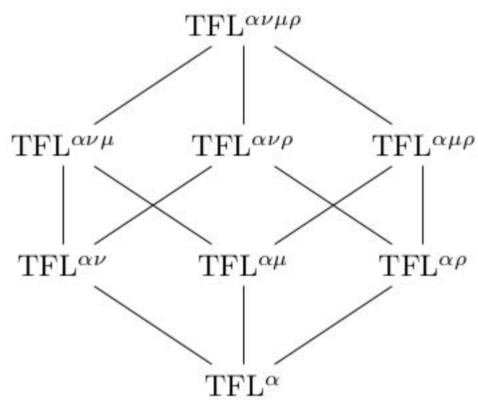

Figura 1: Una jerarquía de lógicas sommersianas normales (Castro-Manzano, 2022a; 2022b).

En la lógica superior de esta jerarquía, $\text{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$, un enunciado sintético es un enunciado de la forma $\mu(\pm_n S \pm P)_f | \pm_n S \pm P_f | \pm_n S \pm \mu P_f$ donde μ son modalidades, $\pm$ son funtores, $n \in \mathbb{R}$, f es una bandera, y S y P son términos-esquema. Por lo tanto, la lógica resultante es una lógica sintética que captura aserción, numeracidad, modalidad y relevancia de manera simultánea: $\text{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho} = \langle L_{\text{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}}, (1,2,3,4,5,6)\rangle$ (Castro-Manzano, 2022a; 2022b); y así, en suma, con estas lógicas sommersianas normales podemos modelar inferencias asertóricas (Cuadro 1), numéricas (Cuadro 2), modales (Cuadro 3), relevantes (Cuadro 4) o sintéticas (Cuadro 5).

Enunciado	TFL$^{\alpha}$
1. Todo M es P	$-M+P$
2. Todo S es M	$-S+M$
$\therefore$ Todo S es P	$-S+P$

Cuadro 1. Una inferencia asertórica

Enunciado	TFL$^{\nu}$
1. Todos excepto 11 M son P	$-_{11}M+P$
2. Al menos 30 S son M	$+_{30}S+M$
$\therefore$ Al menos 19 S son P	$+_{19}S+P$

Cuadro 2. Una inferencia numérica

Enunciado	TFL$^{\mu}$
1. Todo M es necesariamente P	$-M+_{\Box}P$
2. Todo S es M	$-S+M$
$\therefore$ Todo S es necesariamente P	$-S+_{\Box}P$

Cuadro 3. Una inferencia modal

3. Una jerarquía de sistemas

Hasta aquí tenemos una jerarquía de lógicas sommersianas normales, pero ¿qué hay en el lado oscuro de la luna? Haciendo un simple ejercicio de combinatoria sobre el conjunto de reglas de inferencia podemos encontrar, por lo menos, 64 lógicas sommersianas de las cuales sólo ocho son normales (Figura 2): centremos nuestra atención, por tanto, en algunos sistemas no-normales. Así, sin ánimo de ser exhaustivos, pero con el propósito de ilustrar algunos as-

[4] En este punto alguien podría preguntarse, y con razón, cuál es la diferencia entre la inferencia del Cuadro 1 y la del Cuadro 4 porque son las mismas. Y la respuesta a esta pregunta es precisamente esa: son las mismas; pero eso es una virtud de los ejemplos (porque ambos son silogismos genuinos *ex professo*), y no un vicio de la lógica o la exposición. Para ilustrar este punto consideremos, por mor de comparación, una inferencia causalmente irrelevante pero que preserva verdad, a saber, una *petitio*. Claramente, *petitio* no es un silogismo (porque tiene una sola premisa) y sin embargo cumple con las condiciones (1) y (2) de TFL$^{\alpha}$, es decir, es válido en TFL$^{\alpha}$ pero, seguramente, no puede ser causalmente relevante, ya que la premisa es igual a la conclusión. Ahora bien, dado que la relevancia aristotélica requiere que premisas y conclusiones sean disjuntas (*Tópicos* 100a25-26, *Elencos Sofistas* 165a1-2, *Pr. An.* 24b19-20, *Pos. An.* 1, III, 72b25-32), el uso de banderas nos permite determinar que incluso si *petitio* preserva verdad, no cumple la condición (6) de relevancia causal, pues las banderas de la conclusión no son diferentes a las banderas de las premisas. Una discusión completa sobre este tema se da en otro lugar: (Castro-Manzano, 2022c).

Enunciado	TFL^{ρ}
1. Todo M es P	$-M+P_{p_1}$
2. Todo S es M	$-S+M_{p_2}$
$\therefore$ Todo S es P	$-S+P_c$

Cuadro 4. Una inferencia relevante[4]

Enunciado	$\text{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$
1. Necesariamente todos excepto 2 A dan 4 B a algún C	$\Box(-_2A+(+G+_4B+C)))_{0p1}$
2. Al menos 5 D son necesariamente A	$+_5D+\Box A_{0p_2}$
3. Todo B es E	$-_0B+E_{0p_3}$
$\therefore$ Posiblemente 3 D dan 4 E a alguna posible C	$\Diamond(+_3D+(+G+_4E+\Diamond C))_{0_c}$

Cuadro 5. Una inferencia sintética (Castro-Manzano, 2022a; 2022b)[5]

pectos interesantes de esta jerarquía, consideremos las lógicas $\text{TFL}^{\varnothing}$, TFL^{1}, TFL^{2}, TFL^{125}.

3.1. Un sistema trivial

El sistema trivial es el sistema $\varnothing$ —el sistema sin reglas— en el que toda inferencia es correcta. En este sistema todo se sigue de todo. Como ejemplo, consideremos instancias de tres inferencias extrañas: *ex verum falso* (Cuadro 6a), *ex verum quodlibet* (Cuadro 6b) y *petitio principii* (Cuadro 6c).

Ex verum falso (*i.e.* de lo verdadero se sigue lo falso) es una inferencia extraña en la medida en que permite inferencias que van en contra de nuestras intuiciones y definiciones típicas de validez, a saber, que es imposible que de lo verdadero se siga lo falso. *Ex verum quodlibet* (*i.e.* de lo verdadero se sigue cualquier cosa) es extraña porque parece atentar contra otra intución básica y clásica: que de lo falso se sigue cualquier cosa. Y por último, *petitio principii* (*i.e.* petición de principio) es extraña porque aunque es válida en el sentido clásico de validez, no resulta causalmente explicativa.

3.2. Un sistema reflexivo

Ahora bien, aunque en sentido estricto todas las lógicas básicas que no son triviales (*i.e.* TFL^1 a TFL^6) son reflexivas, nos enfocaremos en el sistema que hace uso de la regla 1 (TFL^1), la regla de sumatoria, a saber, que la suma

[5] En este ejemplo consideramos una inferencia con más de dos premisas que incluye aserción (más relaciones binarias), numeracidad (tanto excepcional como no excepcional), modalidad (tanto *de dicto* como *de re*) y relevancia causal.

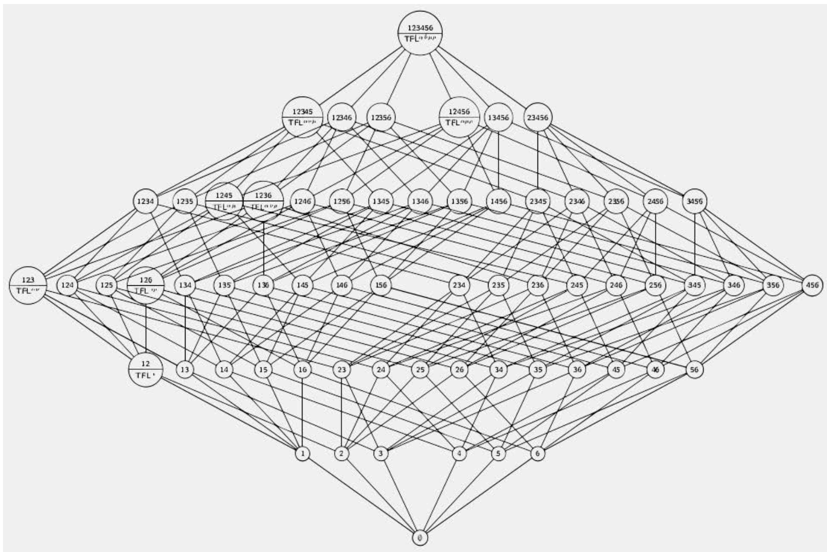

Figura 2: Una jerarquía de lógicas sommersianas.

Enunciado	TFL$^{\varnothing}$	Enunciado	TFL$^{\varnothing}$	Enunciado	TFL$^{\varnothing}$
1. Todo S es S	$-S+S$	1. Todo S es S	$-S+S$	1. Todo S es S	$-S+S$
$\therefore$ Algún S no es S	$+S-S$	$\therefore$ Algún P no es Q	$+P-Q$	$\therefore$ Todo S es S	$-S+S$
a		b		c	

Cuadro 6. Tres inferencias extrañas

algebraica de las premisas es igual a la conclusión. En este sistema se permiten inferencias como las del Cuadro 7 y que, por cierto, van más allá de *petitio principii* (Cuadro 7a).

Claramente, *petitio principii* (Cuadro 7a) es una inferencia que preserva reflexividad. La inferencia en el Cuadro 7b, sin embargo, es más extraña en virtud de que permite pasar de un enunciado universal afirmativo a uno particular negativo; mientras que la inferencia del Cuadro 7c hace la reversa: nos permite pasar de un particular negativo a un universal afirmativo.

3.3. Un sistema ordenado por cantidad

En el sistema TFL^2 el número de conclusiones particulares (esto es, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, de tal manera que las inferencias están ordenadas por cantidad. Así, en este sistema todo se sigue

Enunciado	TFL^1	Enunciado	TFL^1	Enunciado	TFL^1
1. Todo *S* es *P*	$-S+P$	1. Todo *S* es *P*	$-S+P$	1. Todo *S* es *P*	$-S+P$
∴ Algún *S* no es *S*	$+S-S$	∴ Algún *P* no es *S*	$+P-S$	∴ Todo *S* es *P*	$-S+P$
a		b		c	

Cuadro 7. Tres inferencias reflexivas

de todo bajo la condición de que el número de premisas particulares sea igual al de conclusiones particulares (Cuadro 8).

Las inferencias de los Cuadros 8a y 8b son inferencias irrelevantes que preservan el criterio de cantidad; la del Cuadro 8c es, nuevamente, una *petitio principii*.

Enunciado	TFL^2	Enunciado	TFL^2	Enunciado	TFL^2
1. Todo *S* es *P*	$-S+P$	1. Algún *S* es *P*	$+S+P$	1. Todo *S* es *P*	$-S+P$
∴ Ningún *A* es *B*	$-A-B$	∴ Algún *A* es *B*	$+A+B$	∴ Todo *S* es *P*	$-S+P$
a		b		c	

Cuadro 8. Tres inferencias ordenadas por cantidad

3.4. Un sistema modal no-normal

Consideremos ahora el sistema TFL^{125} en el que se cumplen las condiciones de sumatoria, cantidad y modalidad con enunciados problemáticos *de dicto* (Cuadro 9).

Enunciado	TFL$^\varnothing$	Enunciado	TFL$^\varnothing$
1. Todo *M* es *P*	$-M+P$	1. Posiblemente todo *M* es *P*	$\Diamond(-M+P)$
2. Posiblemente todo *S* es *M*	$\Diamond(-S+M)$	2. Todo *S* es *M*	$-S+M$
∴ Posiblemente todo *S* es *P*	$\Diamond(-S+P)$	∴ Posiblemente todo *S* es *P*	$\Diamond(-S+P)$
a		b	

Cuadro 9. Dos inferencias con modalidad problemática *de dicto*

Las inferencias del Cuadro 9 son interesantes porque aunque cumplen con las reglas 1, 2 y 5, no pueden ser clásicamente válidas; con todo, tampoco son tan extrañas como las inferencias que podríamos producir en TFL$^\varnothing$, TFL^1 o TFL^2. Esto nos permite inducir que los sistemas de las jerarquías se pueden ordenar no solo con respecto a su nivel, sino con respecto a su normalidad. Volveremos a esto más adelante.

4. Comentarios finales

Como hemos dicho antes, aunque la combinación de lógicas se realiza típicamente entre sistemas fregeanos-tarskianos-kripkeanos, en este trabajo hemos explorado una jerarquía de lógicas sommersianas (no-)normales. Algunas notas finales que podemos extraer de esta exploración son las siguientes:

- El paradigma terminista de lógicas sommersianas es la totalidad de sistemas sommersianos.
    - La totalidad de sistemas sommersianos se puede ordenar en una jerarquía (por combinatoria).
    - Dicha jerarquía induce una ordenación por tipos de sistemas como normales y no-normales.
        - Un sistema normal es aquel que requiere las reglas 1 y 2: hay 8 sistemas normales. Un sistema normal modela razonamiento típicamente humano.
        - Un sistema no-normal puede ser perinormal o paranormal. Un sistema perinormal es aquel que requiere las reglas 1 o 2: hay 40 sistemas perinormales. Un sistema perinormal modela razonamiento que no necesita ser razonamiento humano pero que puede serlo.
        - Un sistema paranormal es aquel que no requiere las reglas 1 o 2: hay 16 sistemas paranormales. Un sistema paranormal modela razonamiento que no necesita ser razonamiento humano y que no tiene que serlo.
- Adicionalmente, la jerarquía se puede dividir por niveles de expresividad.
    - En el nivel inferior encontramos las lógicas más simples: hay 22 sistemas inferiores.
    - En el nivel superior encontramos las lógicas más complejas: hay 6 sistemas superiores.
    - En el nivel intermedio encontramos las lógicas que no están en los otros niveles: hay 36 sistemas intermedios.
- La totalidad de sistemas sommersianos se puede resumir en una matriz (Cuadro 10).

- ◦ La matriz de sistemas sommersianos nos permite clasificar a los sistemas no sólo por su nivel de normalidad, sino también por su nivel de expresividad.
  - La distinción entre lógicas inferiores, intermedias y superiores es análoga a la distinción usual entre lógica básica y lógica(s) extendida(s).
  - La distinción entre lógicas normales, perinormales y paranormales es análoga a la distinción usual entre lógica clásica y lógica(s) no-clásica(s).

- Esta exploración promueve la investigación del razonamiento en lenguaje natural utilizando herramientas formales allende las lógicas habituales de primer orden y sus categorías y conceptos habituales, lo cual muestra que no sólo no necesitamos restringirnos a sistemas de impronta fregeana-tarskiana-kripkeana para hacer lógica y filosofía de la lógica, sino que las lógicas de términos, lejos de estar superadas, están en proceso de franco renacimiento y que, como decíamos al inicio, su acta de defunción es *fake*.

Normalidad/Nivel	*Inferior*	*Intermedio*	*Superior*
Normal	12	123, 126, 1245, 1236, 12345, 12456	123456
Perinormal	1, 2, 13, 14, 15, 16, 23, 24, 25, 26	124, 125, 134, 135, 136, 145, 146, 156, 234, 235, 236, 245, 246, 256, 1234, 1235, 1246, 1256, 1345, 1346, 1356, 1456, 2345, 2346, 2356, 2456	12346, 12356, 13456, 23456
Paranormal	∅, 3, 4, 5, 6, 34, 35, 36, 45, 46, 56	345, 346, 356, 456	3456

Cuadro 10. Resumen

Referencias

Blackburn, P. y de Rijke, M. (1997), "Why Combine Logics?", *Studia Logica*, vol. 59, no. 1, pp. 5–27.

Carnap, R. (1930), "Die Alte und die Neue Logik", *Erkenntnis*, vol. 1, pp. 12–26.

Castro-Manzano, J. M. (2018), "A Tableaux Method for Term Logic", *Latin American Workshop on New Methods of Reasoning 2018*, vol. 2264, pp. 1–14.

—— (2022a), "Mixing Colors, Mixing Logics", en V. Giardino *et al*. 2022, pp. 70–77.

Giardino, V. *et al.* (comps.) (2022), *Diagrammatic Representation and Inference. Diagrams 2022*, (Lecture Notes in Artificial Intelligence, vol. 13462), Springer Nature, Cham.

—— (2022b), "On Mixing Term Logics", en B. Liao *et al.* (2022), pp. 6–18.

Liao B. *et al*. (comps.), *Logics for New-Generation AI*, College Publications, Londres.

—— (2022c), "Toward Relevance Term Logic", *Computación y Sistemas*, vol. 26 no. 2, pp. 761–768.

De Morgan, A. (1864), "On the Syllogism, No. IV., and on the Logic of Relations", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 10, p. 331.

Eklund, M. (1996), "On How Logic Became First-Order", *Nordic Journal of Philosophical Logic*, vol. 1, no. 2, pp. 147–67.

Englebretsen, G. (1988), "Preliminary Notes on a New Modal Syllogistic", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 29, pp. 381–395.

—— (1996), *Something to Reckon with: The Logic of Terms*, University of Ottawa Press, Ottawa.

—— (2017), *Bare Facts and Naked Truths: A New Correspondence Theory of Truth*, Routledge, Londres.

Gabbay, D. (1998), *Fibring Logics*, Oxford University Press, Londres.

Gabriel, M. (2015), *Why the World Does Not Exist*, John Wiley & Sons, Reino Unido.

Geach, P. T. (1962), *Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories*, Cornell University Press, Ithaca.

Goguen, J. A. y Burstall, R. M. (1984), "Introducing Institutions", en E. Clarke y D. Kozen (1984), pp. 221–256.

Clarke, E. y D. Kozen (comps.) (1984), *Logics of Programs*, Springer, Berlín/Heidelberg.

Kreeft, P. y T. Dougherty (2004), *Socratic Logic: A Logic Text Using Socratic Method, Platonic Questions & Aristotelian Principles*, St. Augustine's Press, South Bend.

Miller, J. (1932) "Negative Terms in Traditional Logic: Distribution, Immediate Inference, and Syllogism", *The Monist*, vol. 42, no. 1, pp. 96–111.

Moss, L. (2015), "Natural Logic", en S. Lappin y C. Fox (2015), pp. 561–592.

Lappin, S., Fox, C. (comps.) (2015), *The Handbook of Contemporary Semantic Theory*, John Wiley & Sons, Chichester.

Murphree, W. A. (1998), "Numerical Term Logic", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 39, pp. 346–362.

Priest, G. (2005), *Towards Non-Being: The Logic and Metaphysics of Intentionality*, Clarendon Press, Oxford.

Russell, B. (1900), *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz: With an Appendix of Leading Passages*, Cambridge University Press, Cambridge.

Sernadas, A., C. Sernadas y J. Rasga (2011), "On Meet-Combination of Logics", *Journal of Logic and Computation*, vol. 22, no. 6, pp. 1453–1470.

Sernadas, A., C. Sernadas, J. Rasga y M. Coniglio (2009), "A Graph-theoretic Account of Logics", *Journal of Logic and Computation*, vol. 19, no. 6, pp. 1281–1320.

Smith, H. (1917), *A Primer of Logic*, B. D. Smith & Bros, Orleans.

Sommers, F. (1975), "Distribution Matters", *Mind*, vol. 84, no. 1, pp. 27–46.

—— (1982), *The Logic of Natural Language*, Oxford University Press, Nueva York.

—— (1989), "Predication in the Logic Terms", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 31, no. 1, pp. 106–126.

Szabolcsi, L. y G. Englebretsen (2008), *Numerical Term Logic*, Edwin Mellen Press, Lewiston.

Woods, J. (2016), "Logic Naturalized", en J. Redmond, O. Pombo Martins y Á. Nepomuceno Fernández (2016), pp. 403–432.

Redmond, J., O. Pombo Martins y Á. Nepomuceno Fernández (comps.) (2016), *Epistemology, Knowledge and the Impact of Interaction* (Logic, Epistemology, and the Unity of Science, vol. 38), Springer, Cham.